1. Jednadžba konjugacije

Veza udaljenosti predmeta (**p**), udaljenosti slike (**q**) i žarišne udaljenosti (polovica polumjera zakrivljenosti, **f**) dana je i za sferna zrcala i za leće relacijom

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=\frac{1}{f}$$

Spomenute udaljenosti mjerimo u odnosu na položaj zrcala ili leće, a potrebno je skrenuti pažnju na predznak tih veličina.

Točku predmeta preslikavamo crtajući barem dvije karakteristične zrake koje upadaju na površinu zrcala (leće) te izlaze tako što se lome kroz leću, odnosno reflektiraju na površini zrcala. U sjecištu izlaznih zraka nalazi se slika točke predmeta iz koje su došle zrake.

Realni predmet (zrake upadaju **iz** predmeta) nalazi se s iste strane zrcala (leće) kao i upadne zrake, a **virtualni predmet** (zrake upadaju **prema** predmetu) nalazi se sa suprotne strane u odnosu na zrake koje upadaju na zrcalo (leću).

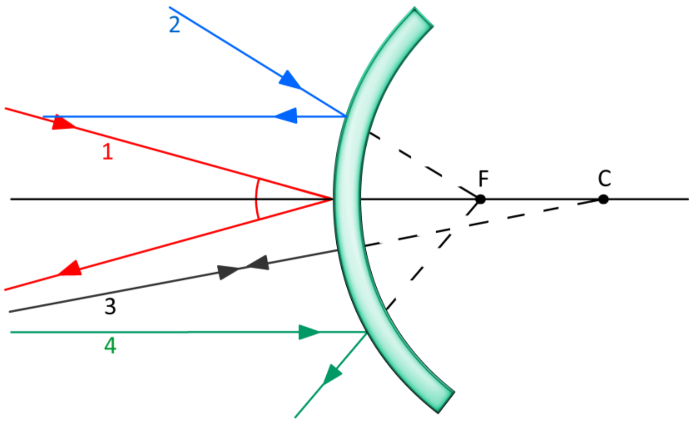
Ako se sjecište izlaznih zraka nalazi u području kojim one prolaze, nastaje **realna slika**, a ako se nalazi s druge strane zrcala (leće) nastaje **virtualna slika** jer se ne sijeku izlazne zrake već njihovi produžeci, a oni ne predstavljaju njihovu stvarnu putanju.

Realni predmet i realna slika poprimaju pozitivne udaljenosti, a virtualni predmet i virtualna slika poprimaju negativne udaljenosti. **Visina** uspravnih predmeta (slika) pozitivna je, a obrnutih negativna.

Radijus zakrivljenosti je pozitivan ako se centar zakrivljenosti nalazi s iste strane zrcala (dioptra) kao i izlazne zrake, a ako je sa suprotne strane radijus zakrivljenosti je negativan. Analogno vrijedi za **žarišnu udaljenost** koja je polovica radijusa zakrivljenosti. Žarišna udaljenost je pozitivna za konvergentne leće (sakupljaju zrake), a negativna za divergentne leće (raspršuju zrake).

2. Karakteristične zrake kod sfernih zrcala

Sferno zrcalo je dio sferne plohe kojoj je jedna strana glatka pa reflektira svjetlost. Sferna zrcala mogu biti udubljena (konkavna) ili izbočena (konveksna).



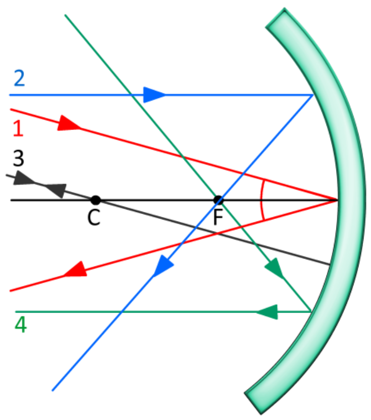
Slika 1. Karakteristične zrake konveksnog zrcala

Zraka 1 upada u tjeme te se odbija pod istim kutem pod kojim je upala

Zraka 2 upada prema fokusu te se odbija paralelno.

Zraka 3 upada u smjeru prema centru te se odbija u samu sebe.

Zraka 4 upada paralelno optičkoj osi te se reflektira kao da dolazi iz fokusa.



Slika 2. Karakteristične zrake konkavnog zrcala

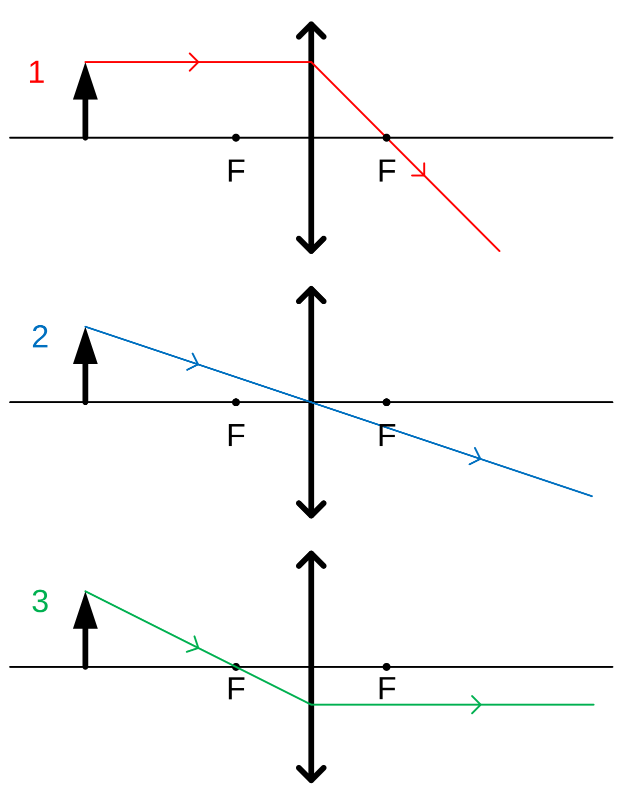
Zraka 1 upada u tjeme te se odbija pod istim kutem pod kojim je upala-

Zraka 2 upada paralelno optičkoj osi te se odbija kroz fokus.

Zraka 3 upada u smjeru prema centru te se odbija u samu sebe.

Zraka 4 upada kroz fokus te se odbija (reflektira) paralelno optičkoj osi.

3. Karakteristične zrake konvergentne leće

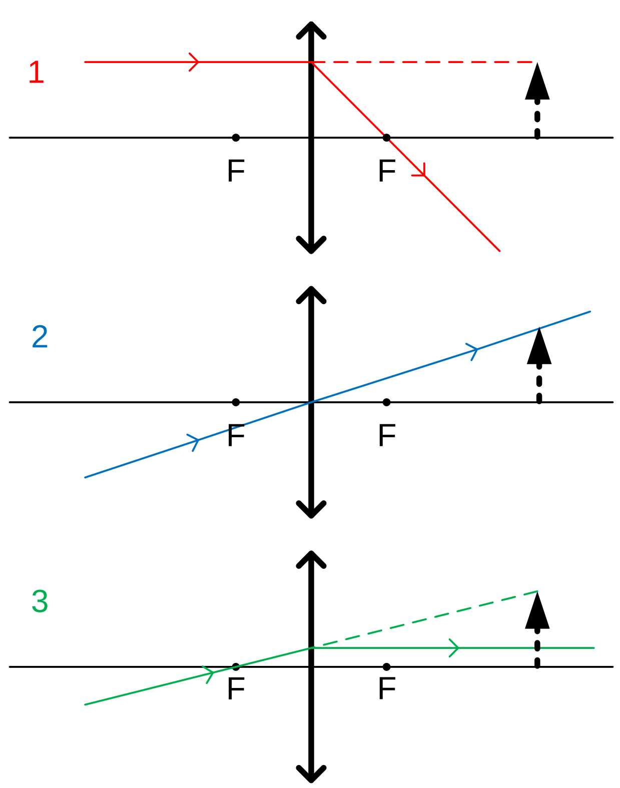


Slika 3. Realni predmet (strelica s punom linijom)

Zraka 1 usmjerena od predmeta upada paralelno optičkoj osi i lomi se kroz fokus.

Zraka 2 usmjerena od predmeta upada u tjeme te samo prolazi zadržavajući smjer.

Zraka 3 usmjerena od predmeta upada kroz fokus i lomi se paralelno optičkoj osi.



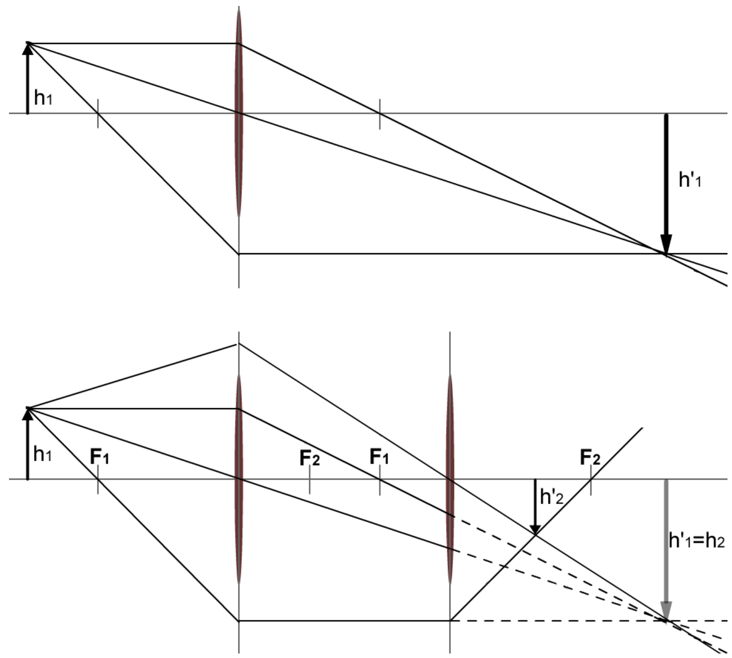
Slika 4. Virtualni predmet (isprekidana strelica)

Zraka 1 usmjerena prema predmetu upada paralelno optičkoj osi i lomi se kroz fokus.

Zraka 2 usmjerena prema predmetu upada u tjeme te samo prolazi zadržavajući smjer.

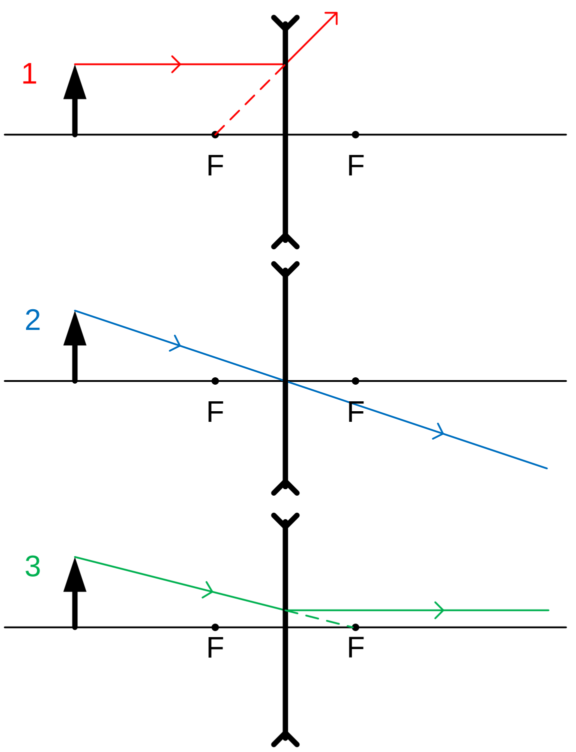
Zraka 3 usmjerena prema predmetu upada kroz fokus i lomi se paralelno optičkoj osi.

Predmet definiramo kao virtualan, odnosno realan prema smjeru ulaznih zraka, a ne prema tome je li se nalazi s lijeve ili s desne strane leće. Virtualni predmet može stvoriti neka druga leća ili zrcalo. Npr.:



Slika 5. Na 1. konvergentnu leću upadaju zrake iz predmeta (realni predmet) te ona stvara realnu sliku (zrake se sijeku u području kroz koje prolaze lomljene zrake). Ako drugu leću postavimo iza dobivene slike, slika će postati **realni predmet** za drugu leću jer će zrake upadati na drugu leću iz predmeta (slika prve leće) prema drugoj leći. Međutim, ako drugu postavimo ispred slike (između prve leće i njene slike), slika prve leće postat će **virtualni predmet** za drugu leću jer zrake upadaju na leću prema predmetu (slici prve leće), a ne dolaze iz predmeta. U primjeru na slici lijevo prva leća stvara realnu sliku realnog predmeta, a druga realnu sliku virtualnog predmeta.

4. Karakteristične zrake divergentne leće

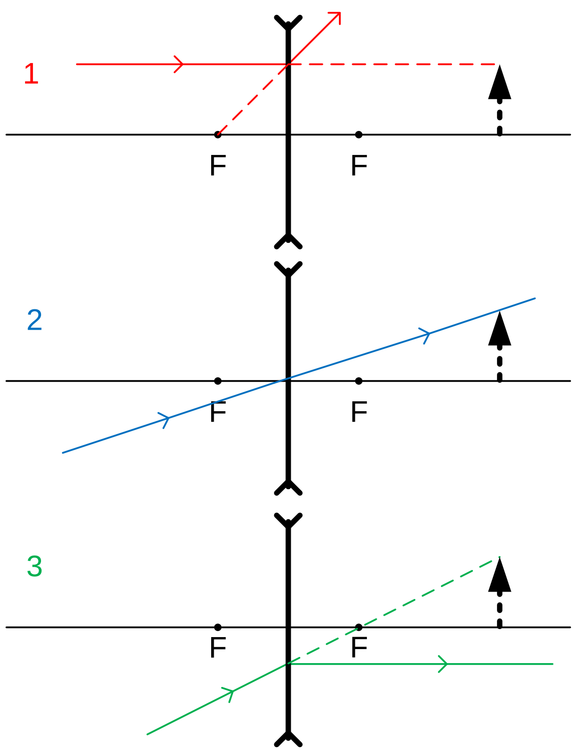


Slika 6. Realni predmet (strelica s punom linijom)

Zraka 1 usmjerena od predmeta upada paralelno optičkoj osi i lomi kao da je došla iz fokusa na suprotnoj strani.

Zraka 2 usmjerena od predmeta upada u tjeme te samo prolazi zadržavajući smjer.

Zraka 3 usmjerena od predmeta upada kao da ide u fokus na drugoj strani i lomi se paralelno optičkoj osi.



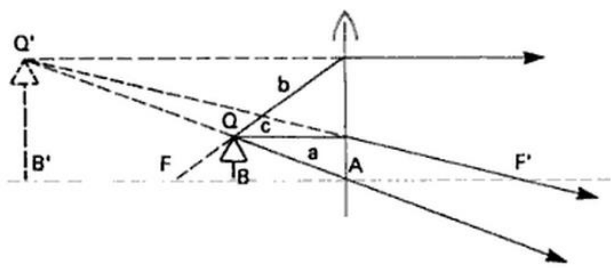
Slika 7. Virtualni predmet (isprekidana strelica)

Zraka 1 usmjerena prema predmetu upada paralelno optičkoj osi i lomi kao da je došla iz fokusa na suprotnoj strani.

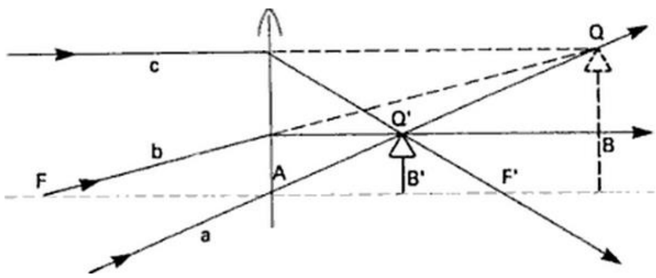
Zraka 2 usmjerena prema predmetu upada u tjeme te samo prolazi zadržavajući smjer.

Zraka 3 usmjerena prema predmetu upada kao da ide u fokus na drugoj strani i lomi se paralelno optičkoj osi.

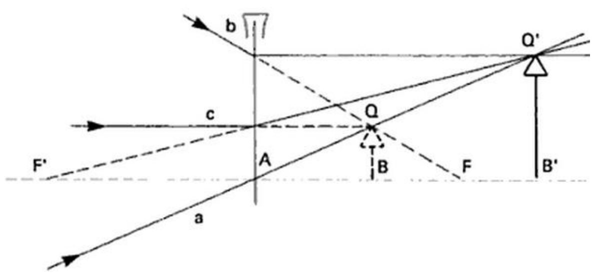
5. Primjeri nastajanja slika



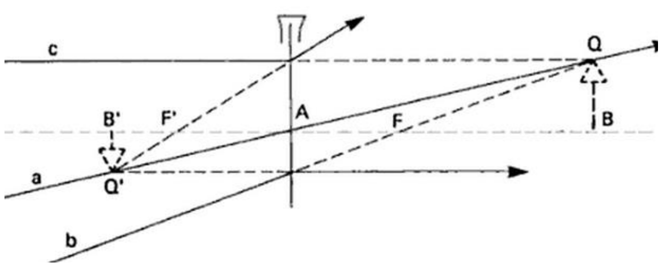
Slika 8. Konvergentna leća, realni predmet, virtualna slika



Slika 9. Konvergentna leća, virtualni predmet, realna slika



Slika 10. Divergentna leća, virtualni predmet, realna slika



Slika 11. Divergentna leća, virtualni predmet, virtualna slika

Primjer: https://phet.colorado.edu/sims/geometric-optics/geometric-optics_en.html

OF3 K3-5

Predmet visok 5 cm udaljen je 5 dm od:

(a) ravnog zrcala;

(b) kugline površine ($n = 1.65$, $|R| = 20\text{ cm}$), a nalazi se unutrašnje strane;

(c) konkavnog zrcala ($|R| = 200\text{ mm}$);

(d) sustava konvergentne leće (prva do predmeta, $|f| = 25\text{ cm}$) i bikonkavne leće ($n = 1.5$, $|R_1| = 1.0\text{ m}$, $|R_2| = 25\text{ cm}$) međusobno udaljenih 300 mm.

Odredite položaj slike za svaki slučaj analitički te grafički pod (c) i (d). Opišite slike nastale pod (a), (c), (d) i odredite koliko iznosi ukupno povećanje pod (d).

(a)

$h = 5\text{ cm}$

$p = 5\text{ dm} = 50\text{ cm}$

$q = ?$

$\boxed{p = -q}$ $\boxed{M = -\frac{q}{p}}$

Slika se nalazi na udaljenosti $q = -p = -50\text{ cm}$

Povećanje $M = -\frac{q}{p} = 1$

Slika je virtualna, uspravna i iste veličine kao predmet.

(b)

$h = 5\text{ cm}$

$p = 5\text{ dm} = 50\text{ cm}$

$n_1 = 1$

$n_2 = 1.65$

$R = 20\text{ cm}$

$q = ?$

$\boxed{\frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{q} = \frac{n_2 - n_1}{R}}$

Prva slika (druga-konačna mogla bi se tražiti preslikavajući prvu na suprotnoj plohi kugle jer prva ide izvan kugle) nalazi se na udaljenosti q od granične plohe zrak-kugla

$$\frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{q} = \frac{n_2 - n_1}{R}$$

$$\frac{n_2}{q} = \frac{n_2 - n_1}{R} - \frac{n_1}{p} = \frac{1.65 - 1}{20\text{ cm}} - \frac{1}{50\text{ cm}} = \frac{0.65 \cdot 2.5 - 1}{50\text{ cm}} \quad \Longrightarrow \quad q = \frac{1.65 \cdot 50\text{ cm}}{0.625} = 132\text{ cm}$$

(c)

$h = 5\text{ cm}$

$p = 5\text{ dm} = 50\text{ cm}$

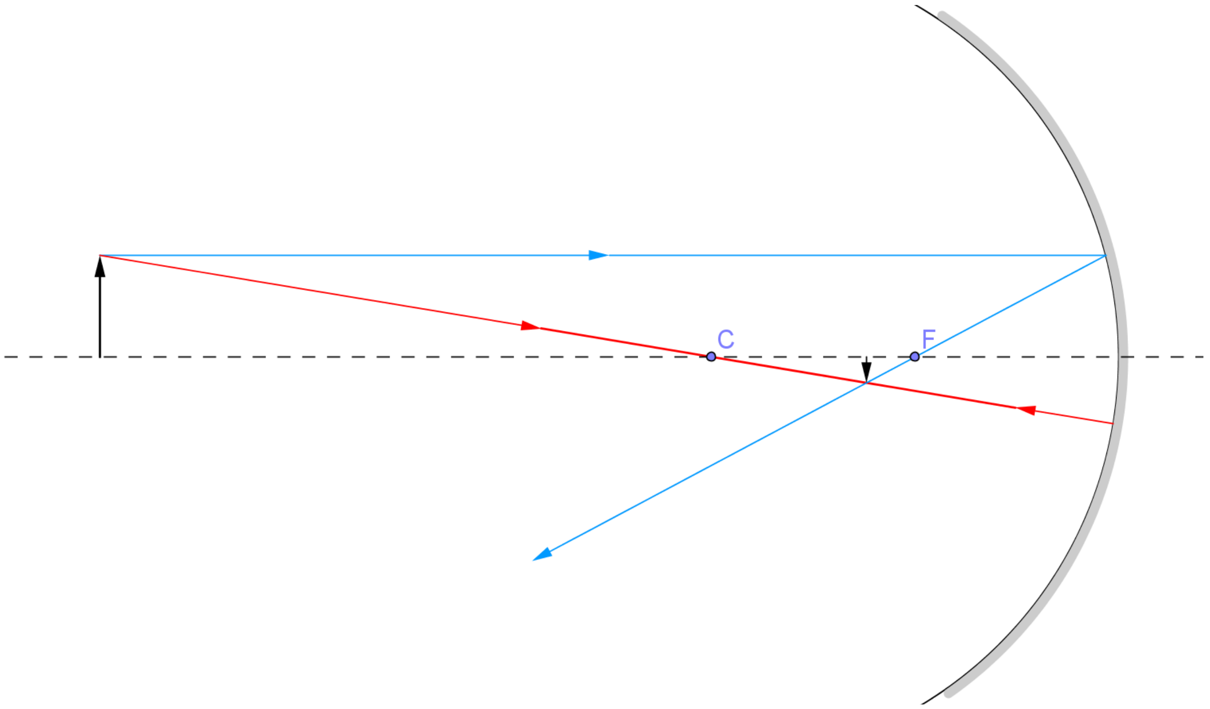
$R = 20\text{ cm}$

$q = ?$

$\boxed{\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}}$ $\boxed{f = \frac{R}{2}}$

$$f = \frac{R}{2} = \frac{20\text{ cm}}{2} = 10\text{ cm}$$

$$\frac{1}{q} = \frac{1}{f} - \frac{1}{p} = \frac{1}{10\text{ cm}} - \frac{1}{50\text{ cm}} = \frac{4}{50\text{ cm}} \quad \Longrightarrow \quad q = \frac{50\text{ cm}}{4} = 12.5\text{ cm}$$



Slika je realna, obrnuta i umanjena.

(d)

$h = 5\text{ cm}$

$p_1 = 5\text{ dm} = 50\text{ cm}$

$f_1 = 25\text{ cm}$

$n = 1.5$

$R_1 = -1.0\text{ m} = -100\text{ cm}$

$R_2 = 25\text{ cm}$

$d = 300\text{ mm} = 30\text{ cm}$

$q_2 = ?$

$$\boxed{\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=\frac{1}{f}} \quad \boxed{M=\frac{h'}{h}=-\frac{q}{p}} \quad \boxed{\frac{1}{f}=(n-1)\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)}$$

Žarišna udaljenost bikonkavne leće iznosi

$$\frac{1}{f_2}=(1.5-1)\left(\frac{1}{-100\text{ cm}}-\frac{1}{25\text{ cm}}\right)=\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{-5}{100\text{ cm}}\right) \quad \Longrightarrow \quad f_2=-40\text{ cm}$$

Udaljenost slike prve leće

$$\frac{1}{q_1}=\frac{1}{f_1}-\frac{1}{p_1}=\frac{1}{25\text{ cm}}-\frac{1}{50\text{ cm}}=\frac{1}{50\text{ cm}} \quad \Longrightarrow \quad q_1=50\text{ cm}$$

Slika prve leće postaje predmet za drugu leću, a nalazi se na udaljenosti

$$p_2=\mathrm{d}-q_1=30\text{ cm}-50\text{ cm}=-20\text{ cm}$$

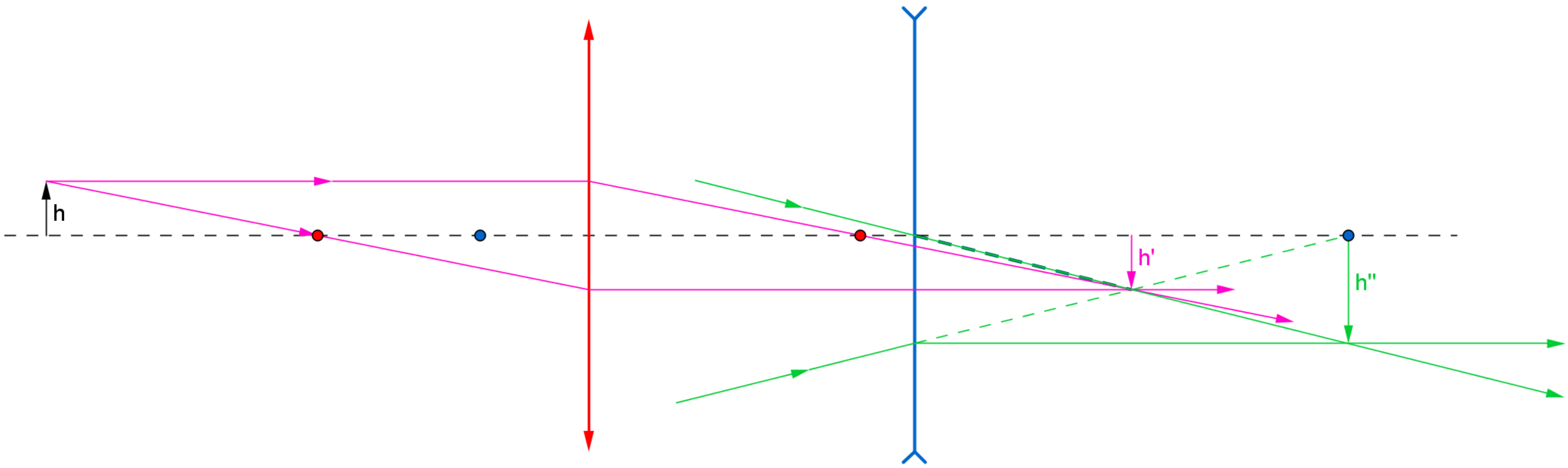
Udaljenost slike druge leće

$$\frac{1}{q_2}=\frac{1}{f_2}-\frac{1}{p_2}=\frac{-1}{40\text{ cm}}+\frac{1}{20\text{ cm}}=\frac{1}{40\text{ cm}} \quad \Longrightarrow \quad q_2=40\text{ cm}$$

Ukupno povećanje jednako je umnošku povećanja prve i druge leće

$$M=-\frac{q_1}{p_1}\cdot\left(-\frac{q_2}{p_2}\right)=\frac{q_1\cdot q_2}{p_1\cdot p_2}=\frac{50\cdot 40\text{ cm}^2}{50\cdot(-20)\text{ cm}^2}=-2$$

Slika je realna, obrnuta i uvećana.



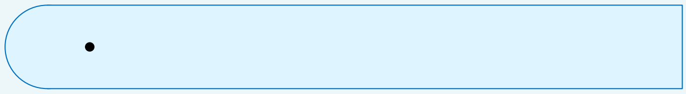
Konvergentna leća preslikava predmet h i stvara realnu sliku h' koja postaje virtualni predmet za divergentnu leću koja ga preslika u realnu sliku h''.

OF3 K3-6

Predmet visok 50 mm udaljen je 50 cm od:

(a) ravnog zrcala;

(b) zakrivljene izbočene baze ($|R| = 25\text{ cm}$) dugačkog prozirnog ($n = 1.65$) valjka sa slike, a nalazi se unutar valjka;



(c) konveksnog zrcala ($|R| = 200\text{ mm}$);

(d) sustava bikonveksne leće (prva do predmeta, $n = 1.6$, $|R_1| = 0.4\text{ m}$, $|R_2| = 24\text{ cm}$) i divergentne leće ($|f| = 40\text{ cm}$) međusobno udaljenih 3 dm.

Odredite položaj slike za svaki slučaj analitički te **grafički** pod **(c)** i **(d)**.

Opišite slike nastale pod *(a)*, *(c)*, *(d)* i odredite koliko iznosi **ukupno povećanje** pod **(d)**.

(a)

$h = 50\text{ mm} = 5\text{ cm}$

$p = 50\text{ cm}$

$$\boxed{p = -q} \qquad \boxed{M = -\frac{q}{p}}$$

$q = ?$

Slika se nalazi na udaljenosti $q = -p = -50\text{ cm}$

Povećanje $M = -\frac{q}{p} = 1$. Slika je virtualna, uspravna i iste veličine kao predmet.

(b)

$p = 50\text{ cm}$

$n_1 = 1.65$

$n_2 = 1$

$R = -25\text{ cm}$

$$\boxed{\frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{q} = \frac{n_2 - n_1}{R}}$$

R je pozitivan, ako je centar zakrivljenosti u području kroz koje prolaze lomljene zrake, odnosno negativan ako je s druge strane. Realni objekti imaju pozitivne udaljenosti, a virtualni negativne.

$q = ?$

Slika se nalazi na udaljenosti

$$\frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{q} = \frac{n_2 - n_1}{R}$$

$$\frac{n_2}{q} = \frac{n_2 - n_1}{R} - \frac{n_1}{p} = \frac{1 - 1.65}{-25\text{ cm}} - \frac{1.65}{50\text{ cm}} = \frac{0.65 \cdot 2 - 1.65}{50\text{ cm}} \quad \Longrightarrow \quad q = \frac{1 \cdot 50\text{ cm}}{-0.35} = -142.9\text{ cm}$$

(c)

$h = 5\text{ cm}$

$p = 5\text{ dm} = 50\text{ cm}$

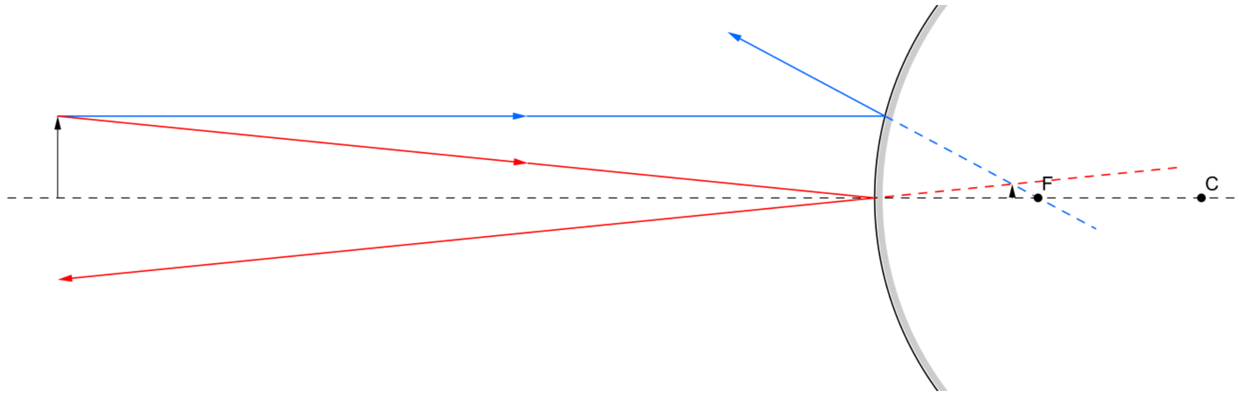
$R = -20\text{ cm}$

$$\boxed{\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}} \qquad \boxed{f = \frac{R}{2}}$$

$q = ?$

$$f = \frac{R}{2} = \frac{-20\text{ cm}}{2} = -10\text{ cm}$$

$$\frac{1}{q} = \frac{1}{f} - \frac{1}{p} = \frac{1}{-10\text{ cm}} - \frac{1}{50\text{ cm}} = \frac{-6}{50\text{ cm}} \quad \Longrightarrow \quad q = \frac{50\ cm}{-6} = -8.33\text{ cm}$$



Slika je virtualna, uspravna i umanjena.

(d)

$h = 5\text{ cm}$

$p_1 = 50\text{ cm}$

$f_2 = -40\text{ cm}$

$n = 1.6$

$R_1 = 0.4\text{ m} = 40\text{ cm}$

$R_2 = -24\text{ cm}$

$d = 3\text{ dm} = 30\text{ cm}$

$q_2 = ?$

$$\boxed{\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=\frac{1}{f}} \quad \boxed{M=\frac{h'}{h}=-\frac{q}{p}} \quad \boxed{\frac{1}{f}=(n-1)\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)}$$

Žarišna udaljenost bikonveksne leće iznosi

$$\frac{1}{f_1}=(1.6-1)\left(\frac{1}{40\text{ cm}}-\frac{1}{(-24\text{ cm})}\right)=0.6\cdot\left(\frac{16}{240\text{ cm}}\right) \quad \Longrightarrow \quad f_1 = 25\text{ cm}$$

Udaljenost slike prve leće

$$\frac{1}{q_1}=\frac{1}{f_1}-\frac{1}{p_1}=\frac{1}{25\text{ cm}}-\frac{1}{50\text{ cm}}=\frac{1}{50\text{ cm}} \quad \Longrightarrow \quad q_1 = 50\text{ cm}$$

Slika prve leće postaje predmet za drugu leću, a nalazi se na udaljenosti

$$p_2 = \mathrm{d} - q_1 = 30\text{ cm} - 50\text{ cm} = -20\text{ cm}$$

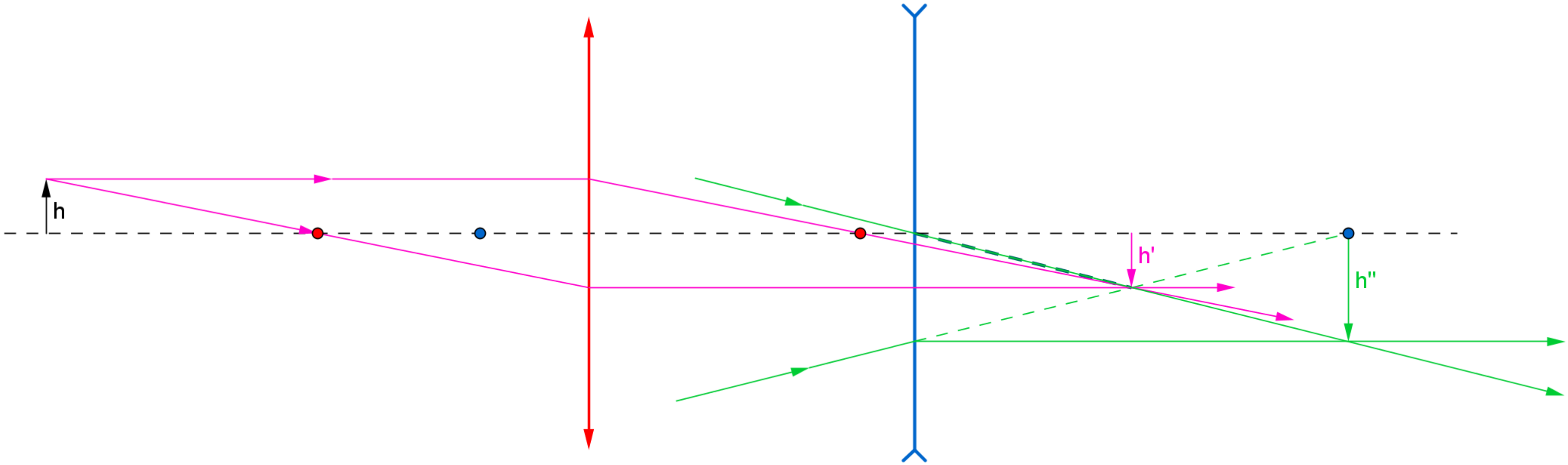
Udaljenost slike druge leće

$$\frac{1}{q_2}=\frac{1}{f_2}-\frac{1}{p_2}=\frac{-1}{40\text{ cm}}+\frac{1}{20\text{ cm}}=\frac{1}{40\text{ cm}} \quad \Longrightarrow \quad q_2 = 40\text{ cm}$$

Ukupno povećanje jednako je umnošku povećanja prve i druge leće

$$M=-\frac{q_1}{p_1}\cdot\left(-\frac{q_2}{p_2}\right)=\frac{q_1\cdot q_2}{p_1\cdot p_2}=\frac{50\cdot 40\text{ cm}^2}{50\cdot(-20)\text{ cm}^2}=-2$$

Slika je realna, obrnuta i uvećana.



Konvergentna leća preslikava predmet visine h i stvara realnu sliku visine h' koja postaje virtualni predmet za divergentnu leću koja ga preslika u realnu sliku h''.

OF3 K3-7

Predmet visok $0.5\ \mathrm{dm}$ udaljen je $0.2\ \mathrm{m}$ od:

(a) ravnog zrcala;

(b) zakrivljene udubljene baze (radijusa zakrivljenosti $|R| = 0.25\ \mathrm{m}$) dugačkog prozirnog ($n = 1.5$) valjka sa slike, a nalazi se unutar valjka;

(c) konkavnog zrcala ($|R| = 1\ \mathrm{dm}$);

(d) sustava konvergentne leće (prva do predmeta, $|f| = 1.5\ \mathrm{dm}$) i bikonkavne leće ($n = 1.6$, $|R_1| = 700\ \mathrm{mm}$, $|R_2| = 300\ \mathrm{mm}$) međusobno udaljenih $400\ \mathrm{mm}$.

Odredite položaj slike za svaki slučaj analitički te **grafički** pod **(c)** i **(d)**.

Opišite slike nastale pod *(a), (c), (d)* i odredite koliko iznosi **ukupno povećanje** pod **(d)**.

(a)

$h = 0.5\ \mathrm{dm} = 5\ \mathrm{cm}$

$p = 0.2\ \mathrm{m} = 20\ \mathrm{cm}$

$q = ?$

$$\boxed{p = -q} \qquad \boxed{M = -\frac{q}{p}}$$

Slika se nalazi na udaljenosti $\boldsymbol{q} = -p = \mathbf{-20\ cm}$

Povećanje $M = -\frac{q}{p} = 1$. Slika je virtualna, uspravna i iste veličine kao predmet.

(b)

$p = 20\ \mathrm{cm}$

$n_1 = 1.5$

$n_2 = 1$

$R = 25\ \mathrm{cm}$

$q = ?$

$$\boxed{\frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{q} = \frac{n_2 - n_1}{R}}$$

R je pozitivan, ako je centar zakrivljenosti u području kroz koje prolaze lomljene zrake, odnosno negativan ako je s druge strane. Realni objekti imaju pozitivne udaljenosti, a virtualni negativne.

Slika se nalazi na udaljenosti

$$\frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{q} = \frac{n_2 - n_1}{R}$$

$$\frac{n_2}{q} = \frac{n_2 - n_1}{R} - \frac{n_1}{p} = \frac{1 - 1.5}{25\ \mathrm{cm}} - \frac{1.5}{20\ \mathrm{cm}} = \frac{-0.5 \cdot 4 - 1.5 \cdot 5}{100\ \mathrm{cm}} \quad \Longrightarrow \quad \boldsymbol{q} = \frac{100\ \mathrm{cm}}{-9.5} \approx \mathbf{-10.5\ cm}$$

(c)

$h = 5\ \mathrm{cm}$

$p = 20\ \mathrm{cm}$

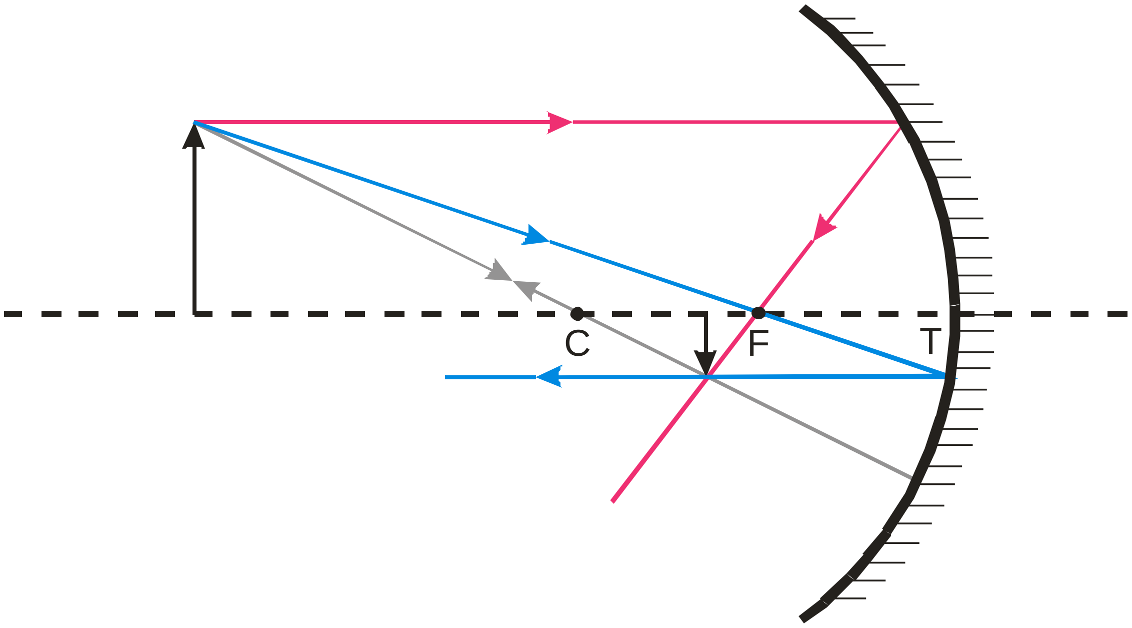
$R = 10\ \mathrm{cm}$

$q = ?$

$$\boxed{\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}} \qquad \boxed{f = \frac{R}{2}}$$

$$f = \frac{R}{2} = \frac{10\ \mathrm{cm}}{2} = 5\ \mathrm{cm}$$

$$\frac{1}{q} = \frac{1}{f} - \frac{1}{p} = \frac{1}{5\ \mathrm{cm}} - \frac{1}{20\ \mathrm{cm}} = \frac{3}{20\ \mathrm{cm}} \quad \Longrightarrow \quad \boldsymbol{q} = \frac{20\ cm}{3} = \mathbf{6.\dot{6}\ cm}$$



Slika je realna, obrnuta i umanjena.

(d)

$h = 5\text{ cm}$

$p_1 = 20\text{ cm}$

$f_1 = 15\text{ cm}$

$n = 1.6$

$R_1 = -700\text{ mm} = -70\text{ cm}$

$R_2 = 300\text{ mm} = 30\text{ cm}$

$d = 400\text{ mm} = 40\text{ cm}$

$q_2 = ?$

$$\boxed{\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}} \quad \boxed{M = \frac{h'}{h} = -\frac{q}{p}} \quad \boxed{\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)}$$

Žarišna udaljenost bikonkavne leće iznosi

$$\frac{1}{f_2} = (1.6-1)\left(\frac{1}{-70\text{ cm}} - \frac{1}{30\text{ cm}}\right) = 0.6 \cdot \left(\frac{-10}{210\text{ cm}}\right) \quad \Longrightarrow \quad f_2 = -35\text{ cm}$$

Udaljenost slike prve leće

$$\frac{1}{q_1} = \frac{1}{f_1} - \frac{1}{p_1} = \frac{1}{15\text{ cm}} - \frac{1}{20\text{ cm}} = \frac{1}{60\text{ cm}} \quad \Longrightarrow \quad \boldsymbol{q_1 = 60\text{ cm}}$$

Slika prve leće postaje predmet za drugu leću, a nalazi se na udaljenosti

$$p_2 = \mathrm{d} - q_1 = 40\text{ cm} - 60\text{ cm} = -20\text{ cm}$$

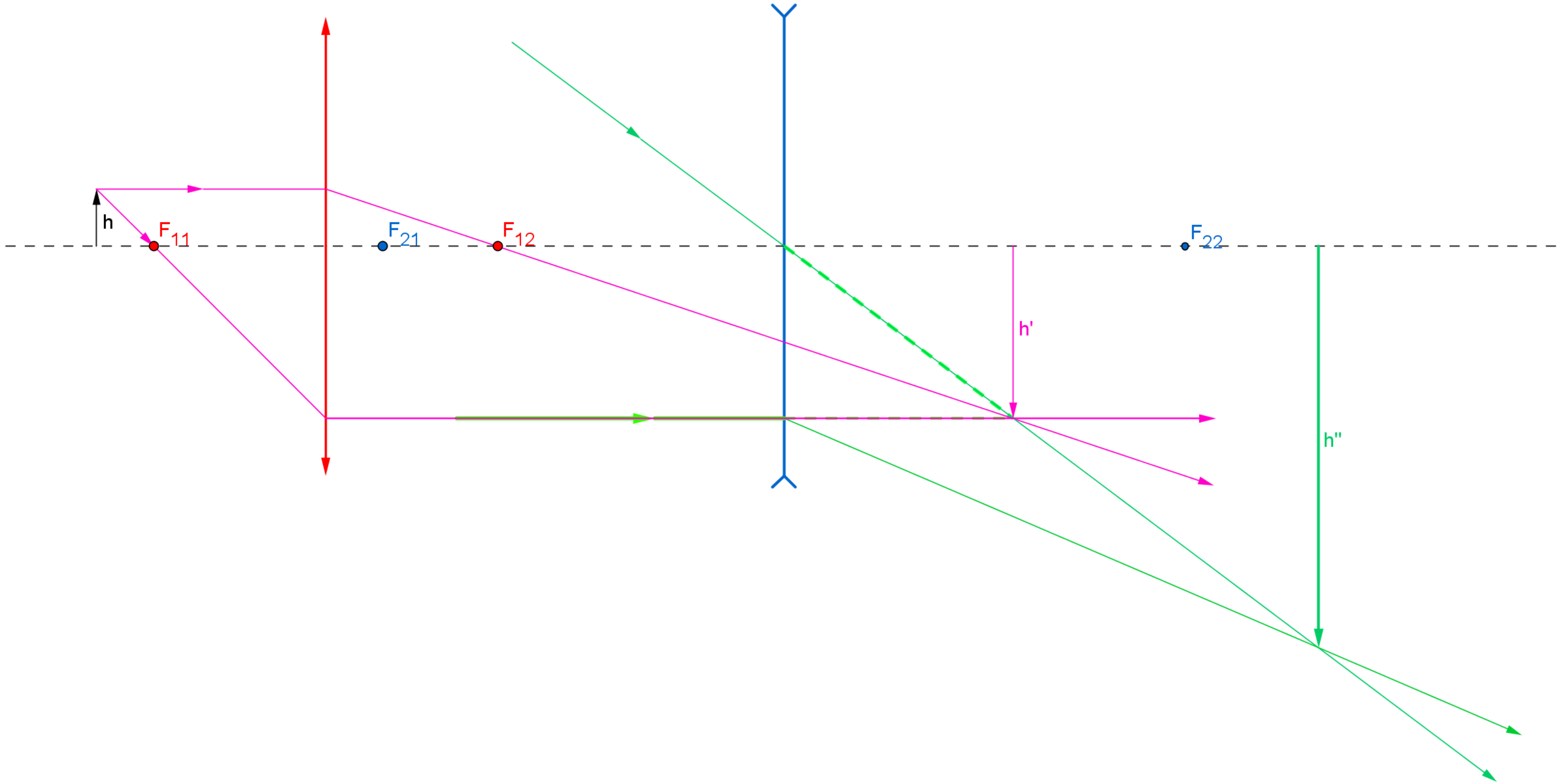
Udaljenost slike druge leće

$$\frac{1}{q_2} = \frac{1}{f_2} - \frac{1}{p_2} = \frac{-1}{35\text{ cm}} + \frac{1}{20\text{ cm}} = \frac{3}{140\text{ cm}} \quad \Longrightarrow \quad \boldsymbol{q_2 \approx 47\text{ cm}}$$

Ukupno povećanje jednako je umnošku povećanja prve i druge leće

$$M = -\frac{q_1}{p_1} \cdot \left(-\frac{q_2}{p_2}\right) = \frac{q_1 \cdot q_2}{p_1 \cdot p_2} = \frac{60 \cdot 47\text{ cm}^2}{20 \cdot (-20)\text{ cm}^2} \approx -7$$

Slika je realna, obrnuta i uvećana.



Konvergentna leća preslikava predmet h i stvara realnu sliku h' koja postaje virtualni predmet za divergentnu leću koja ga preslika u realnu sliku h''.

OF3 K3-8

Kako bismo odredili nepoznatu valnu duljinu svjetlosti, izvodimo pokus s Newtonovim staklima (planparalelna ploča te plankonveksna leća jakosti 0.1 m^{-1} od stakla indeksa loma 1.4). Ako izmjereni promjer devetog svijetlog prstena iznosi 10 mm, kolika je valna duljina svjetlosti?

$\mathrm{j} = 0.1\ \mathrm{m}^{-1}$

$n_L = 1.4$

$n_Z = 1$

$m = 8$

$p_9 = 10\ \mathrm{mm} \Longrightarrow r_9 = 5\ \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}$

$\lambda = ?$

Jakost leće

Jakost tanke leće, koja se nalazi u zraku (n=1), a čiji je radijus zakrivljenosti plohe prvog dioptra (prvi na koji upadaju zrake) R_1 , te drugog R_2, iznosi

$$j = \frac{1}{f} = (n_L - 1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$$

Kod plankonveksne leće ploha je prvog dioptra ravna pa ima beskonačan radijus zakrivljenosti ($1/R_1=0$), a drugoj se središte zakrivljenosti nalazi na suprotnoj strani u odnosu na lomljene zrake pa ima negativna radijus zakrivljenosti $R_2 = -|R_2|$. Prema tome, njena jakost iznosi

$$j = \frac{1}{f} = \frac{n_L - 1}{|R_2|}$$

$$R \equiv |R_2| = \frac{n_L - 1}{j} = \frac{1.4 - 1}{0.1\ \mathrm{m}^{-1}} = 4\ \mathrm{m}$$

Newtonovi kolobari

Radijus svijetlih pruga Newtonovih kolobara iznosi

$$r_m^{\text{svijetli}} = \sqrt{\frac{2m+1}{2n_Z} R\lambda} \quad ; \quad m \in \mathbb{N}_0$$

Kako koristimo relaciju u kojoj je $m \in \mathbb{N}_0$, tada deveti prsten nastaje za m=8 pa je

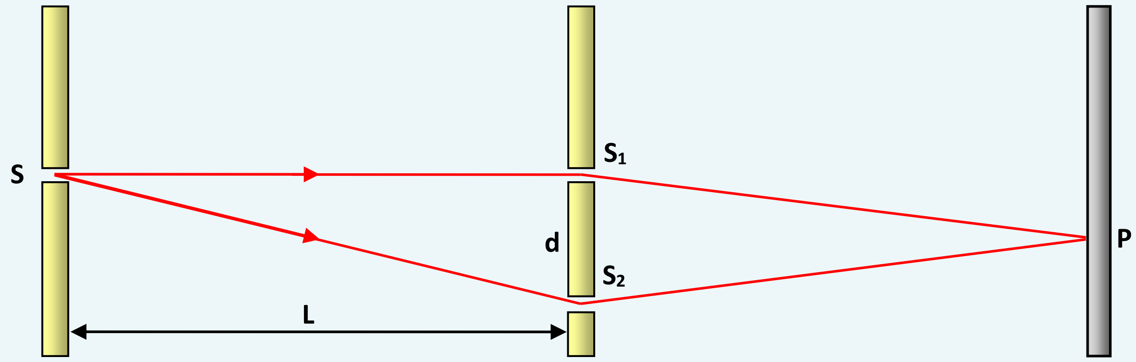
$$r_m^{\text{svijetli}} = \sqrt{\frac{2m+1}{2n_Z} R\lambda} = \sqrt{\frac{2m+1}{2} R\lambda}$$

Prema tome, valna duljina iznosi

$$\lambda = \frac{2r_9^2}{(2m+1)R} = \frac{2 \cdot (5\ \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m})^2}{(2 \cdot 8 + 1) 4\ \mathrm{m}} = 735\ \mathrm{nm}$$

OF3 K3-9

Monokromatska svjetlost valne duljine 650 nm prolazi kroz vrlo usku pukotinu S na prvom zastor, zatim nailazi na drugi zastor paralelan sa prvim na kojem se nalaze dvije paralelne uske pukotine S_1 i S_2 kao što je prikazano na slici. Pukotina S_1 nalazi se u točki drugog zastora koja je najbliža točki S, dok je pukotina S_2 udaljena za d od S_1. U točki P, koja je jednako udaljena od S_1 i S_2 mjerimo intenzitet svjetlosti te dobivamo jednake intenzitete u oba slučaja kada je otvorena samo jedna od pukotina S_1 i S_2; dok u slučaju, kada su obe otvorene, dobivamo 3 puta veći intenzitet. Odredite minimalni razmak pukotina d, ako su pukotine S i S_1 udaljene L=15 dm.

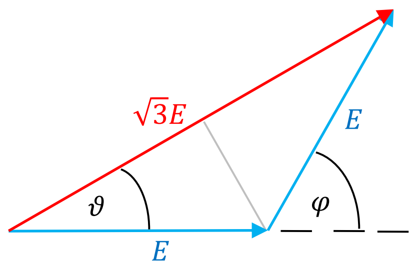


$\lambda = 650 \text{ nm} = 650 \cdot 10^{-9} \text{ m}$

$L = 15 \text{ dm} = 1.5 \text{ m}$

d =?

Predstavimo svaku zraku, koja stiže u točku P, pomoću fazora koji imaju jednake duljine E (intenzitet im je jednak kada je otvorena samo jedna od pukotina S_1 i S_2). Kako je intenzitet proporcionalan kvadratu električnog polja, a kada su obe otvorene, dobivamo 3 puta veći intenzitet, zbroj fazora bit će fazor amplitude $\sqrt{3}E$.



Polovica prikazanog jednakokračnog trokuta je pravokutni pa je

$$\cos\vartheta = \frac{\frac{\sqrt{3}E}{2}}{E} = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \Longrightarrow \quad \vartheta = 30°$$

Fazna razlika dvaju prikazanih fazora iznosi

$$\varphi = 180° - \vartheta - \vartheta = 180° - 30° - 30° = 60°$$

Kako je $\overline{S_1P} = \overline{S_2P}$, faznu razliku uzrokuje razlika hoda na putu od prvog do drugog zastora

$$\delta = \overline{SS_2} - \overline{SS_1} = \sqrt{L^2 + d^2} - L \tag{1}$$

Općenito vrijedi

$$\frac{\delta}{\lambda} = \frac{\varphi}{360°} \quad \Longrightarrow \quad \delta = \lambda\frac{\varphi}{360°} = \lambda\frac{60°}{360°} = \frac{\lambda}{6} \tag{2}$$

Izjednačavajući (1) i (2) dobivamo

$$\sqrt{L^2 + d^2} - L = \frac{\lambda}{6} \quad \Longrightarrow \quad L^2 + d^2 = L^2 + \frac{2L\lambda}{6} + \frac{\lambda^2}{36}$$

$$d = \frac{1}{6}\sqrt{12L\lambda + \lambda^2} = \frac{1}{6}\sqrt{12 \cdot 1.5 \cdot 650 \cdot 10^{-9} + (650 \cdot 10^{-9})^2} \text{ m} \approx 570 \text{ µm}$$

OF3 K3-10

Optička rešetka koja ima 250 pukotina po milimetru osvijetljena je snopom bijele svjetlosti koja pada okomito. Iza rešetke nalazi se zastor udaljen 1.5 m. Kolika je širina svijetle pruge na zastoru u spektru prvog reda ako je valna duljina crvene svjetlosti 720 nm, a ljubičaste 420 nm?

$\mathrm{k} = 1$

$\mathrm{N} = 250$

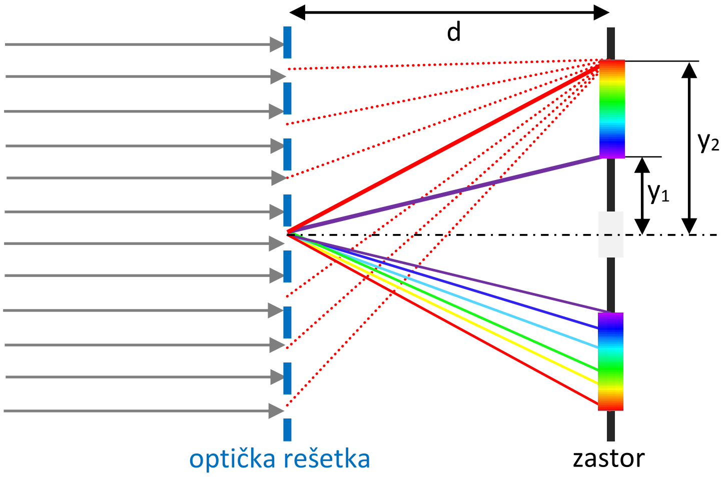
$\lambda_1 = 420\ \mathrm{nm} = 4.2 \cdot 10^{-7}\ \mathrm{m}$

$\lambda_2 = 720\ \mathrm{nm} = 7.2 \cdot 10^{-7}\ \mathrm{m}$

$d = 1.50\ \mathrm{m}$

$\Delta y = ?$

Desno je pojednostavljeni prikaz (svaka svjetla točka rezultat je interferencije zraka iz svih pukotina).



Optička rešetka

Konstanta rešetke (udaljenost zareza ili pukotina)

$$c = \frac{\text{duljina}}{\text{broj zareza po duljini}}$$

Uvjet za konstruktivnu interferenciju za spektar k-tog reda gdje je α kut koji zatvara sa normalom na centralnu prugu

$$c \cdot \sin\alpha = k\lambda$$

Konstanta rešetke iznosi

$$c = \frac{1\ \mathrm{mm}}{250} = 4 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{m}$$

Zrake veće valne duljine više se otklanjaju pa je crvena zadnja boja u prvom maksimumu, a ljubičasta prva boja u prvom maksimumu. Za maksimume (svijetle pruge) vrijedi

$$c \cdot \sin\alpha_1 = 1 \cdot \lambda_1$$

$$c \cdot \sin\alpha_2 = 1 \cdot \lambda_2$$

Udaljenost rubnih linija prvog spektra y_1 , $y_2 \ll d$ pa možemo aproksimirati

$$\sin\alpha \approx \mathrm{tg}\,\alpha = \frac{y}{d}$$

Prva boja u spektru 1. reda (ljubičasta) nalazi se na zastoru udaljena od centralne pruge za

$$c \cdot \frac{y_1}{d} = \lambda_1 \Longrightarrow y_1 = 2\lambda_1 \cdot \frac{d}{c} = 4.2 \cdot 10^{-7}\ \mathrm{m} \cdot \frac{1.50\ \mathrm{m}}{4 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{m}} = 0.1575\ \mathrm{m}$$

Zadnja boja u spektru 1. reda (crvena) nalazi se na zastoru udaljena od centralne pruge za

$$c \cdot \frac{y_2}{d} = \lambda_2 \Longrightarrow y_2 = \lambda_2 \cdot \frac{d}{c} = 7.2 \cdot 10^{-7}\ \mathrm{m} \cdot \frac{1.50\ \mathrm{m}}{4 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{m}} = 0.27\ \mathrm{m}$$

Širina svijetle pruge jednaka udaljenosti dvaju svijetlih rubova (crvene i ljubičaste)

$$\Delta \mathrm{y} = \mathrm{y}_2 - \mathrm{y}_1 = 0.1125\ \mathrm{m} = 11.25\ \mathrm{cm}$$